SISTEMAS FORMAIS

#01

“introdução”

Número Imaginário

numeroimaginario.com.br

EPISÓDIO *#001*

axioma

método axiomático

axiomas

postulados

DEFINIÇÕES

tentativas de se estabelecer a ideia intuitiva de alguns conceitos

Exemplo: PONTO

“aquilo que não tem partes”, segundo Euclides

POSTULADOS

proposições geométricas específicas

POSTULADOS

1. É possível desenhar uma linha reta de qualquer ponto para qualquer ponto.

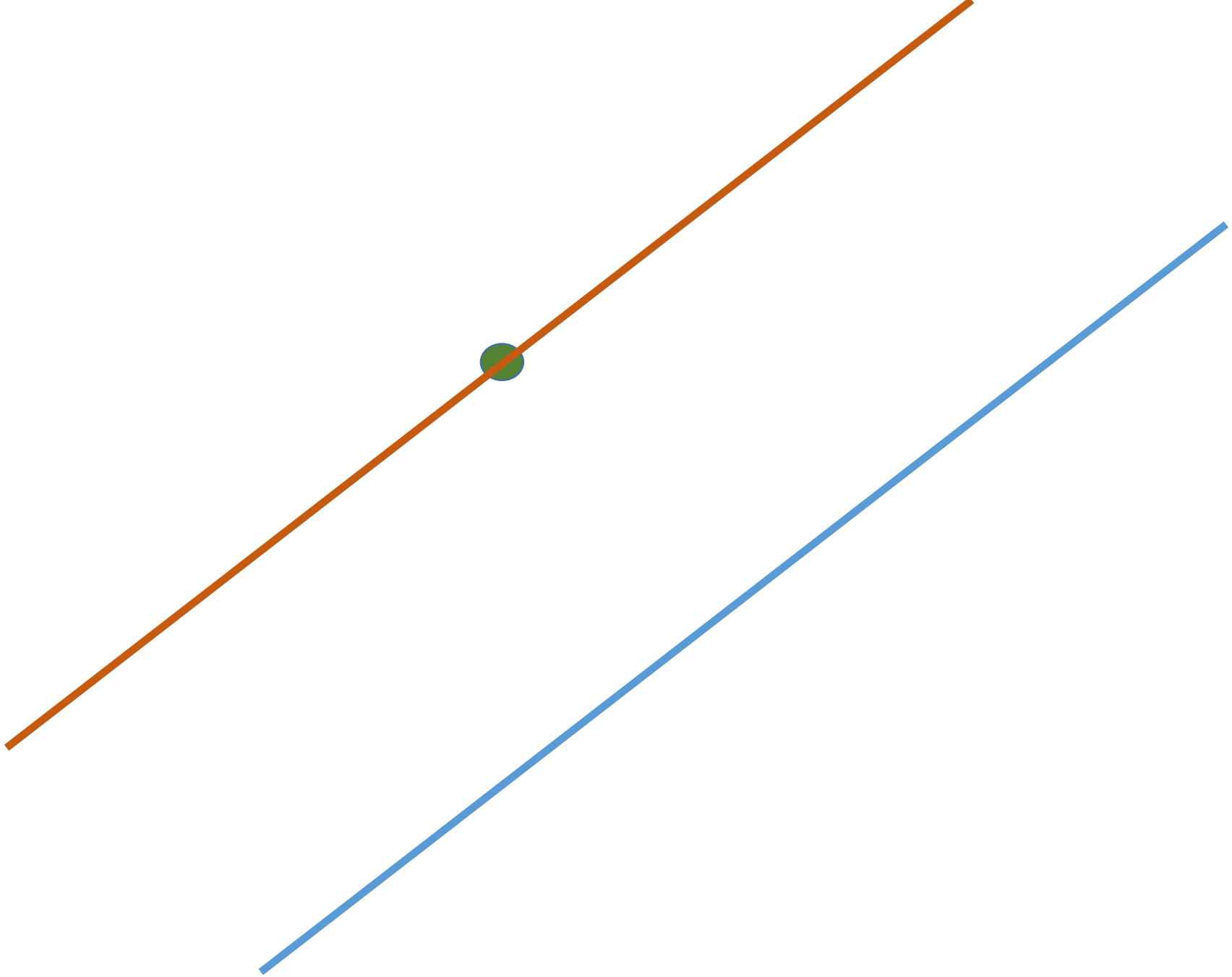
2. É possível produzir uma linha reta finita continuamente numa linha reta.

3. É possível descrever um círculo com qualquer raio e centro.

POSTULADOS

4. Todos os ângulos retos são iguais.

5. Por um ponto fora de uma reta pode se traçar uma única reta paralela à reta dada.

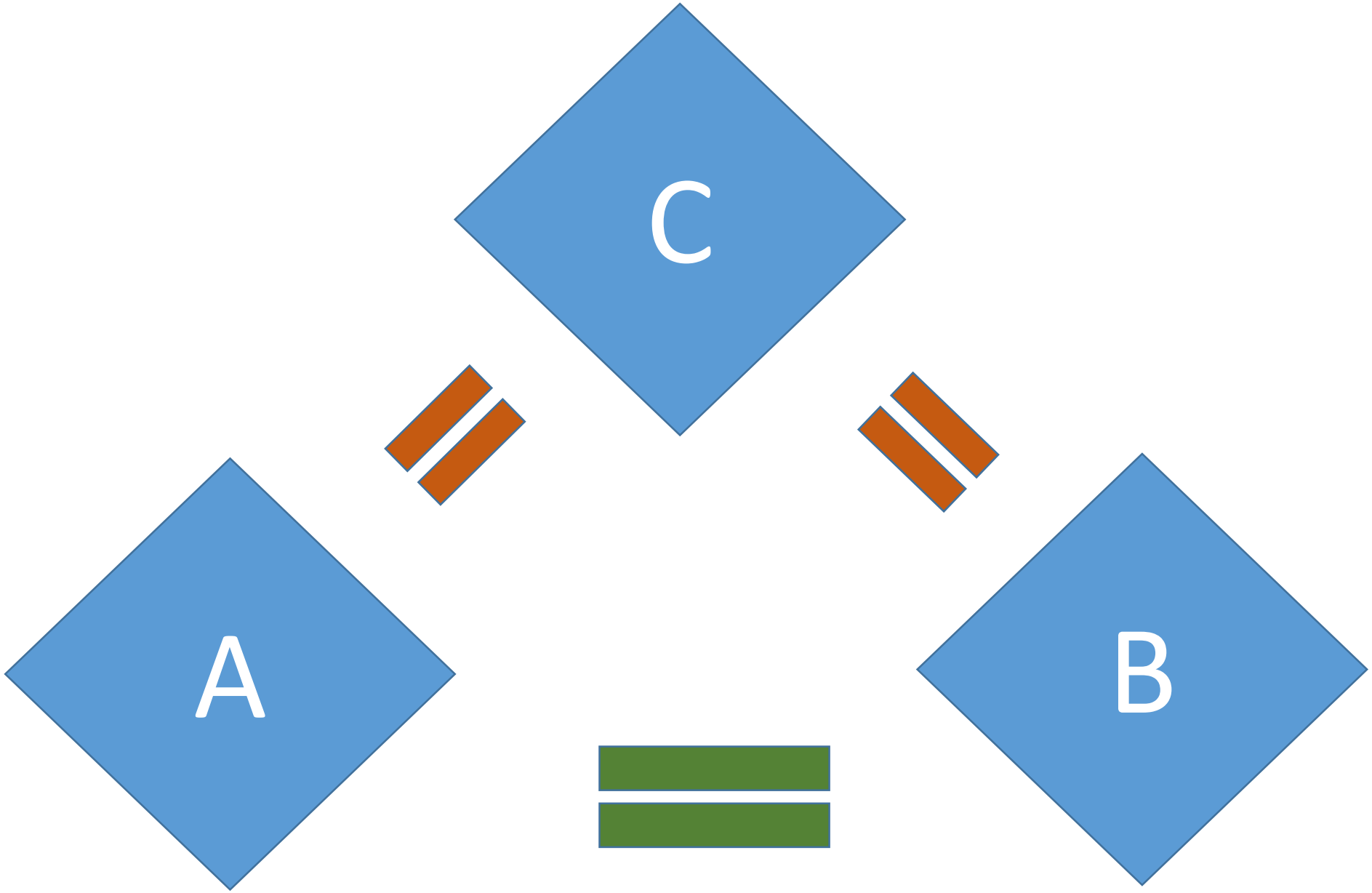


AXIOMA

proposições de caráter geral, evidentes

Exemplos (Axioma)

1. Coisas que são iguais a uma mesma coisa, são iguais entre si.


C
A
B

Exemplos (Axioma)

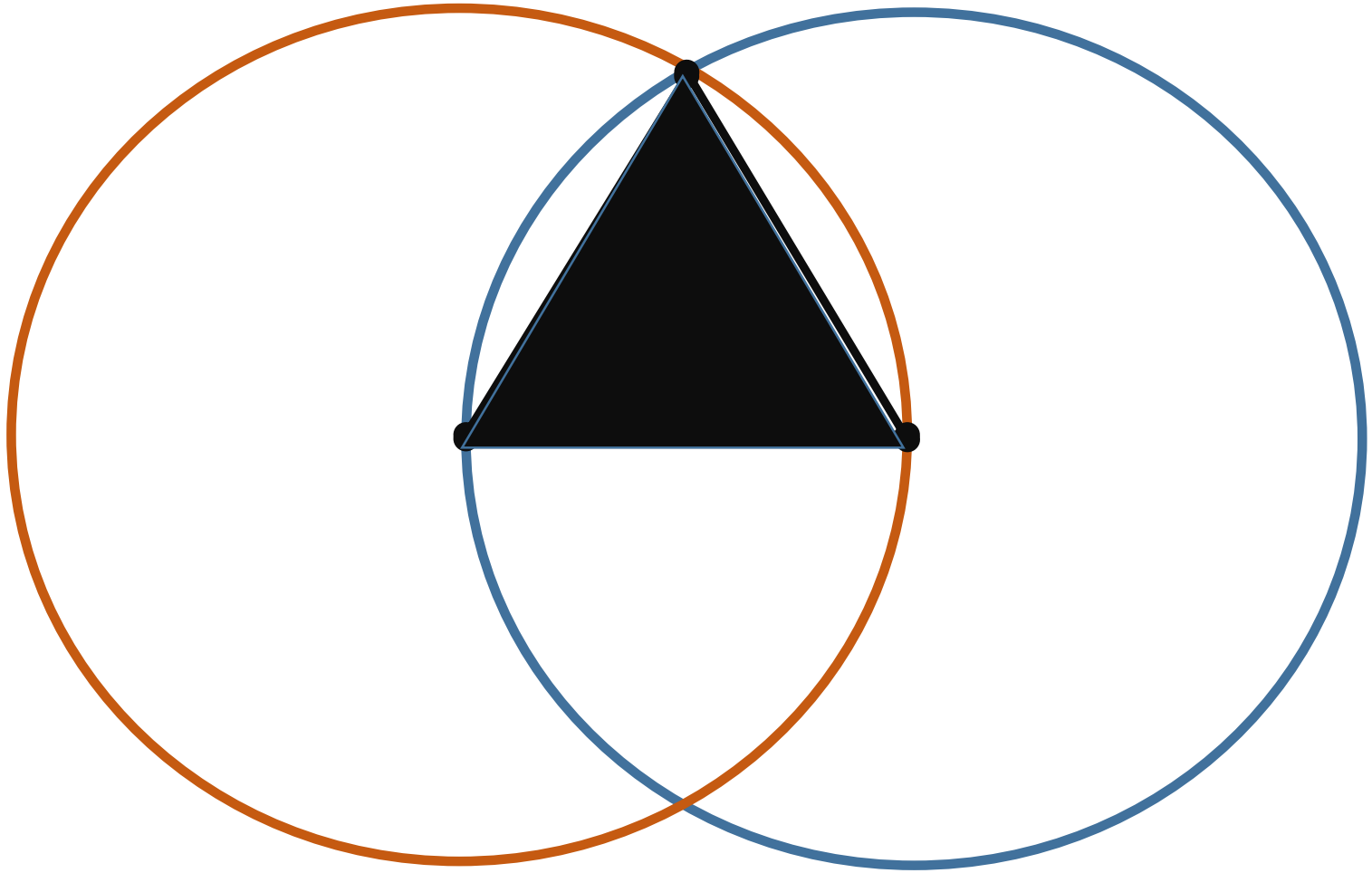
2. O todo é maior do que qualquer uma de suas partes.

TEOREMAS

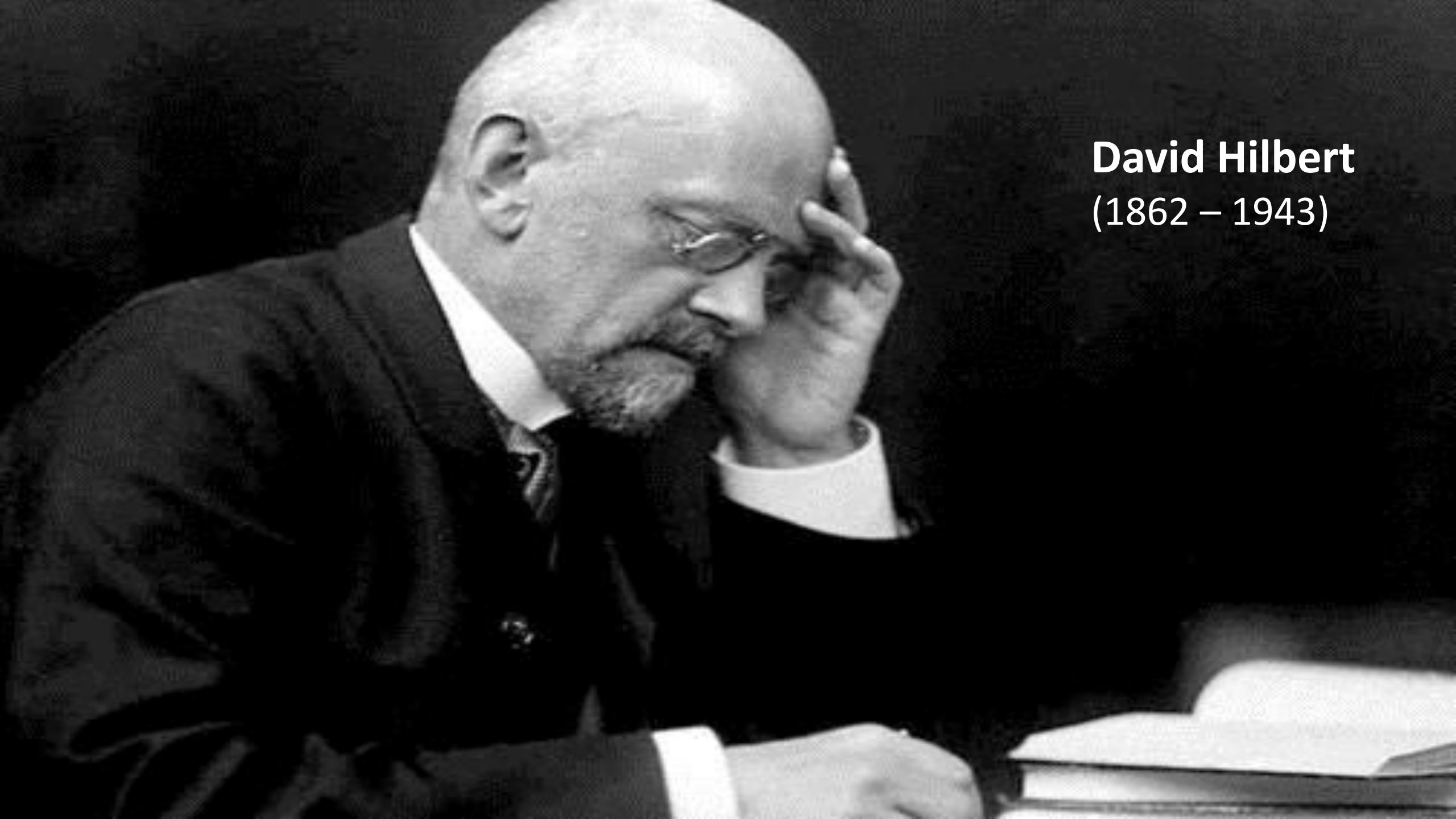
Proposições demonstradas a partir dos axiomas e postulados

Exemplo de TEOREMA

“dada uma reta finita, é possível construir sobre ela um triângulo equilátero”



“Os Elementos” de Euclides têm muitas passagens que fazem uso de certas afirmações que não foram explicitadas no início.



David Hilbert
(1862 – 1943)

“FUNDAMENTOS DA GEOMETRIA”

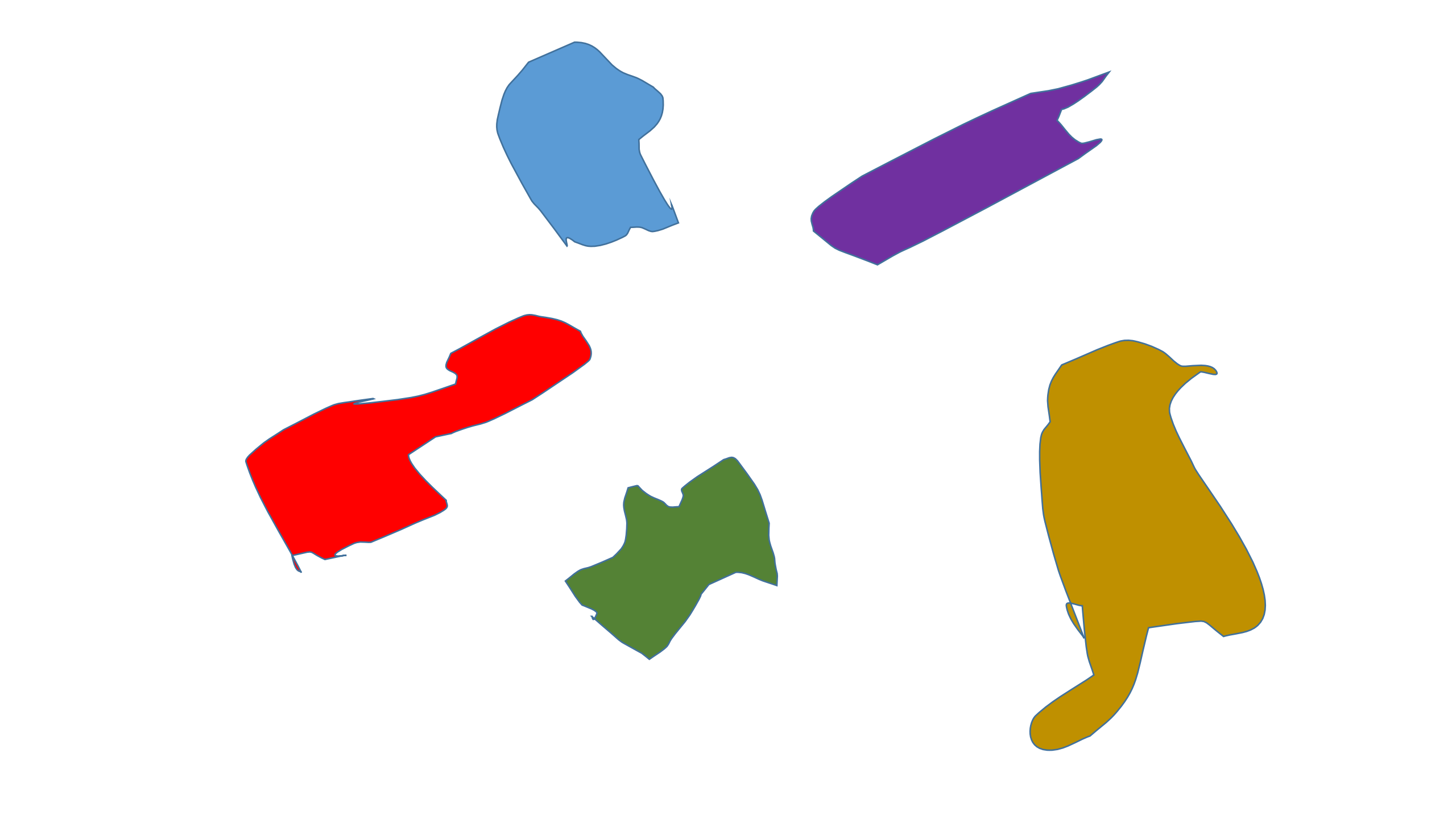
Termos primitivos – exemplos:

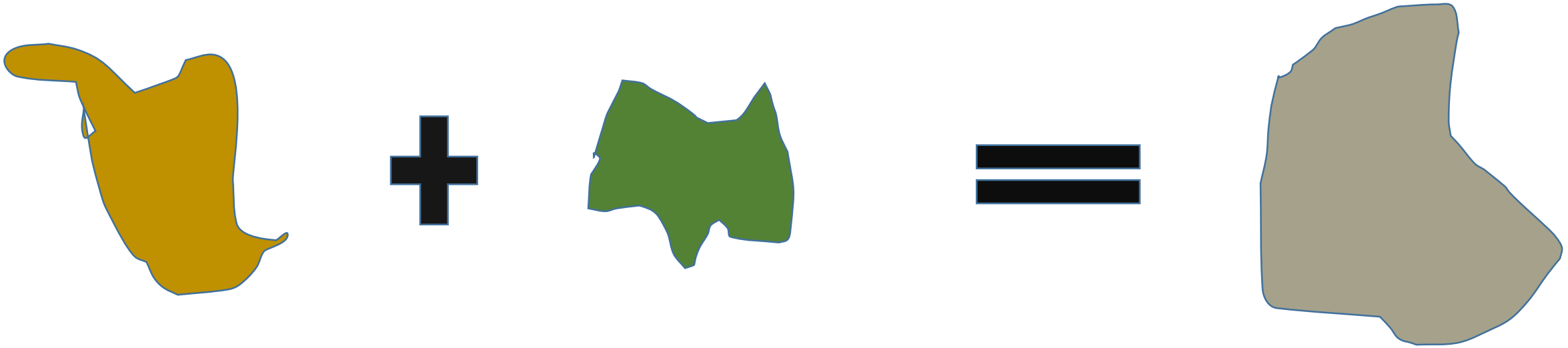
Ponto
Reta

“FUNDAMENTOS DA GEOMETRIA”

Axiomas:

Estabelecem o “papel” dos termos primitivos





Exemplo meramente ilustrativo, é claro!!!

“FUNDAMENTOS DA GEOMETRIA”

Hilbert queria encontrar um conjunto mínimo de termos e axiomas a partir dos quais pudesse derivar a geometria euclidiana.

TEORIA FORMAL

Conjunto não vazio de símbolos (alfabeto)

Expressão: qualquer sequência finita de símbolos do alfabeto

TEORIA FORMAL

Fórmulas bem formadas: expressões que obedecem a certas regras de construção

EXEMPLO: SISTEMA “MIU”

Alfabeto: {M, I, U}

Exemplos de expressões:

- “MMI”
- “MIUM”
- Etc....

EXEMPLO: SISTEMA “MIU”

Fórmula bem formada:

Um exemplo de regra de formação: Qualquer expressão que começa com a letra “M”

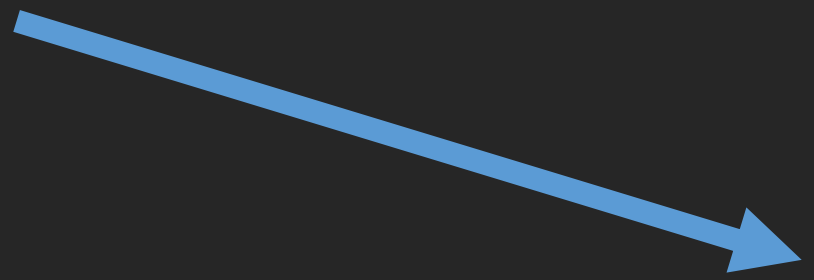
EXEMPLO: SISTEMA “MIU”

Fórmula bem formada:

Regra de formação que vamos considerar: Qualquer expressão é uma fórmula bem formada

TEORIA FORMAL

Alfabeto
Expressões
Fórmulas bem formadas (regras)



AXIOMAS

TEORIA FORMAL

Os **axiomas** são um subconjunto do conjunto de fórmulas bem formadas

TEORIA FORMAL AXIOMÁTICA

É uma teoria para a qual existe um procedimento efetivo para determinar se uma fórmula é um axioma

TEORIA FORMAL

Regras de inferência:

Regras que nos permite construir novas fórmulas a partir de fórmulas já existentes

SISTEMA “MIU”

Alfabeto = {M, I, U}

Fórmula bem formada: Toda expressão

Axioma: “MI”

Regra de inferência: “nI” → “nIU”

TEOREMA: “MIU”

1. “MI” (pelo axioma 1)

2. “MIU” (pela regra de inferência)

AXIOMA

“premissa considerada necessariamente evidente e ***verdadeira***; fundamento de uma demonstração, porém ela mesma ***indemonstrável***”

AXIOMA

“num sistema ou teoria linguística, um axioma é uma fórmula que se presume correta, embora ***não suscetível de demonstração***”

AXIOMA

1. Axiomas são sempre verdadeiros?
2. Axiomas são princípios aceitos sem demonstração?

AXIOMA

1. Axiomas são sempre verdadeiros?

Nada impede que criemos uma interpretação para uma teoria que torne um axioma (próprio, específico desta teoria formal) ***falso***

AXIOMA

2. Axiomas são princípios aceitos sem demonstração?

Mas o que é uma demonstração?

DEMONSTRAÇÃO (em um sistema formal)

É uma sequência finita de fórmulas

$$\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$$

em que cada β_i ou é um axioma ou pode ser obtida de fórmulas anteriores por meio de uma regra de inferência

DEMONSTRAÇÃO (em um sistema formal)

TEOREMA

É uma sequência finita de fórmulas

$$\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$$

em que cada β_i ou é um axioma ou pode ser obtida de fórmulas anteriores por meio de uma regra de inferência

DEMONSTRAÇÃO (em um sistema formal)

Um axioma sozinho:

é uma sequência de 1 elemento. Por isso, ele também é o último elemento da sequência. Logo, ele é um teorema.

TEORIAS FORMAIS

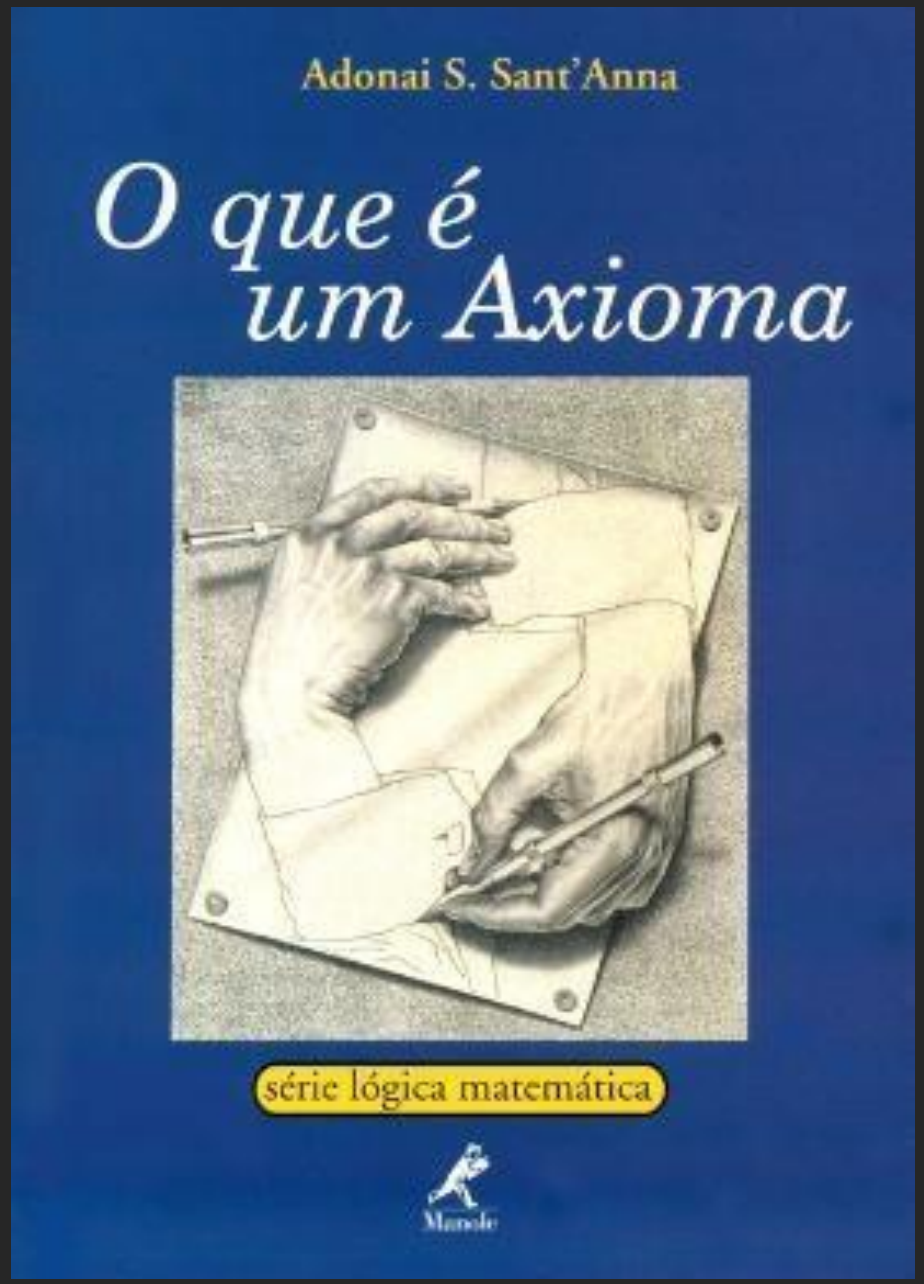
Cálculo de predicados
Lógica de primeira ordem
Teoria de números
Teoria de conjuntos (ZF, ZFC, NBG, etc....)

Finalizando o episódio...

INDEPENDÊNCIA DE AXIOMA

Numa dada interpretação, todos os axiomas são verdadeiros, exceto um, digamos, ‘B’.

Então ‘B’ é independente dos demais.



O que é um axioma

Adonai S. Sant'Anna

Editora Manole

PODCAST NÚMERO IMAGINÁRIO

Episódio #001

AXIOMA

NÚMERO IMAGINÁRIO

numeroimaginario.com.br

vinicius@numeroimaginario.com.br